

# Logica 1

Joost J. Joosten

Universiteit Utrecht  
(sub)faculteit der Wijsbegeerte

Heidelberglaan 8

3584 CS Utrecht

Kamer 158, 030-2535579

[jjoosten@phil.uu.nl](mailto:jjoosten@phil.uu.nl)

[www.phil.uu.nl/~jjoosten](http://www.phil.uu.nl/~jjoosten) (hier moet een tilde bij)

# Slecht nieuws

# Slecht nieuws

Aanstaande donderdag geen hoorcollege.

# Waarheid

# Waarheid

The truth is rarely pure, and never simple.

Oscar Wilde, *The importance of being Earnest*

# Paradoxen

- Deze zin is niet waar

# Paradoxen

- Deze zin is niet waar
- $\varphi$  is een paradox: schijnbare tegenspraak. Uit de aanname  $\varphi$  volgt  $\neg\varphi$  en uit de aanname  $\neg\varphi$  volgt  $\varphi$ .

# Paradoxen

- Deze zin is niet waar
- $\varphi$  is een paradox: schijnbare tegenspraak. Uit de aanname  $\varphi$  volgt  $\neg\varphi$  en uit de aanname  $\neg\varphi$  volgt  $\varphi$ .
- De zogeheten leugenaarsparadox is nog steeds niet op unanieme wijze opgelost.



# Paradoxen

- Deze zin is niet waar
- $\varphi$  is een paradox: schijnbare tegenspraak. Uit de aanname  $\varphi$  volgt  $\neg\varphi$  en uit de aanname  $\neg\varphi$  volgt  $\varphi$ .
- De zogeheten leugenaarsparadox is nog steeds niet op unanieme wijze opgelost.

(Zie ook *Truth* van *Anil Gupta* uit *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*.)

# Missie

- Missie: Bestuderen van het geldig redeneren in een brede filosofische context.

# Missie

- Missie: Bestuderen van het geldig redeneren in een brede filosofische context.
- Wat is de relatie van ons redeneren m.b.t. 'de waarheid'?

# Missie

- Missie: Bestuderen van het geldig redeneren in een brede filosofische context.
- Wat is de relatie van ons redeneren m.b.t. 'de waarheid'?
- Wat betekent geldigheid?

# Structurele eigenschappen

A Als Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk. Socrates is een mens. Dus, Socrates is sterfelijk.

# Structurele eigenschappen

- A Als Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk. Socrates is een mens. Dus, Socrates is sterfelijk.
- B Als jij met vuurwerk stunt, dan ben jij een rund. Jij stunt met vuurwerk. Dus, jij bent een rund.

# Structurele eigenschappen

- A Als Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk. Socrates is een mens. Dus, Socrates is sterfelijk.
- B Als jij met vuurwerk stunt, dan ben jij een rund. Jij stunt met vuurwerk. Dus, jij bent een rund.
- Propositielogica geeft ons de mogelijkheid om structurele eigenschappen te beschrijven.

# Structurele eigenschappen

- A Als Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk. Socrates is een mens. Dus, Socrates is sterfelijk.
- B Als jij met vuurwerk stunt, dan ben jij een rund. Jij stunt met vuurwerk. Dus, jij bent een rund.
- Propositielogica geeft ons de mogelijkheid om structurele eigenschappen te beschrijven.
- Deze structurele eigenschappen willen we ook in uitspraken over waarheid gereflecteerd zien



# Structurele eigenschappen

- Als  $\varphi \wedge \psi$  waar is, dan is zowel  $\varphi$  als  $\psi$  waar.

# Structurele eigenschappen

- Als  $\varphi \wedge \psi$  waar is, dan is zowel  $\varphi$  als  $\psi$  waar.
- En andersom

# Structurele eigenschappen

- Als  $\varphi \wedge \psi$  waar is, dan is zowel  $\varphi$  als  $\psi$  waar.
- En andersom : Als zowel  $\varphi$  en  $\psi$  waar zijn, dan is  $\varphi \wedge \psi$  waar.

# Structurele eigenschappen

- Als  $\varphi \wedge \psi$  waar is, dan is zowel  $\varphi$  als  $\psi$  waar.
- En andersom : Als zowel  $\varphi$  en  $\psi$  waar zijn, dan is  $\varphi \wedge \psi$  waar.
- Nogmaals: we beschouwen geen connotaties uit de natuurlijke taal.

# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur).

# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur). We zullen zien dat hier een belangrijk ontologisch principe aan ten grondslag ligt, dat door de intuïtionisten/constructivisten wordt betwist.

# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur). We zullen zien dat hier een belangrijk ontologisch principe aan ten grondslag ligt, dat door de intuïtionisten/constructivisten wordt betwist.
- Compositionaliteit: de waarheid van een propositioneel logische formule wordt volledig bepaald door de samenstellende delen.

# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur). We zullen zien dat hier een belangrijk ontologisch principe aan ten grondslag ligt, dat door de intuïtionisten/constructivisten wordt betwist.
- Compositionaliteit: de waarheid van een propositioneel logische formule wordt volledig bepaald door de samenstellende delen.  $\varphi \wedge \psi$  desda ( $\varphi$  en  $\psi$ )



# Compositionaliteit

- De uitspraak

Als je een 7-minuten testje krijgt, dan is dat op dinsdag

wordt qua waarheid door de samenstellende delen bepaald.

# Compositionaliteit

- De uitspraak

Als je een 7-minuten testje krijgt, dan is dat op dinsdag

wordt qua waarheid door de samenstellende delen bepaald.

- Het is vandaag dinsdag, dus is er een 7-minuten testje

# Compositionaliteit

- De uitspraak

Als je een 7-minuten testje krijgt, dan is dat op dinsdag

wordt qua waarheid door de samenstellende delen bepaald.

- Het is vandaag dinsdag, dus is er een 7-minuten testje

- Wel waar, niet geldig!

# 7-minuten test

Schrijf op je antwoordenblad je naam, collegekaartnummer en naam van je werkgroepbegeleider.

# 7-minuten test

Schrijf op je antwoordenblad je naam, collegekaartnummer en naam van je werkgroepbegeleider.

- Laat zien dat  $\vdash \varphi \rightarrow \varphi$ .

# 7-minuten test

Schrijf op je antwoordenblad je naam, collegekaartnummer en naam van je werkgroepbegeleider.

- Laat zien dat  $\vdash \varphi \rightarrow \varphi$ .
- Laat zien dat  $(\vdash \varphi \rightarrow \chi) \rightarrow ((\chi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi))$ .

# 7-minuten test

Schrijf op je antwoordenblad je naam, collegekaartnummer en naam van je werkgroepbegeleider.

- Laat zien dat  $\vdash \varphi \rightarrow \varphi$ .
- Laat zien dat  $(\vdash \varphi \rightarrow \chi) \rightarrow ((\chi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi))$ .
- We hebben Aristoteles genoemd als grondlegger van de syllogismen. Wie hebben we genoemd als grondlegger van de propositielogica?

# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur).



# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur). We zullen zien dat hier een belangrijk ontologisch principe aan ten grondslag ligt, dat door de intuïtionisten/constructivisten wordt betwist.

# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur). We zullen zien dat hier een belangrijk ontologisch principe aan ten grondslag ligt, dat door de intuïtionisten/constructivisten wordt betwist.
- Compositionaliteit: de waarheid van een propositioneel logische formule wordt volledig bepaald door de samenstellende delen.

# Waarheid propositielogica

- Een propositie is ofwel waar, ofwel niet waar (tertium non datur). We zullen zien dat hier een belangrijk ontologisch principe aan ten grondslag ligt, dat door de intuïtionisten/constructivisten wordt betwist.
- Compositionaliteit: de waarheid van een propositioneel logische formule wordt volledig bepaald door de samenstellende delen.  $\varphi \wedge \psi$  desda ( $\varphi$  en  $\psi$ )

# Abelard

Uit *Stanford Encyclopedia of Philosophy*,  
<http://plato.stanford.edu/>.

Abelard observes that the same propositional content can be expressed with different force in different contexts: the content that Socrates is in the house is expressed in an assertion in “Socrates is in the house”; in a question in “Is Socrates in the house?”; in a wish in “If only Socrates were in the house!” and so on.

# Abelard

Hence Abelard can distinguish in particular the assertive force of a sentence from its propositional content, a distinction that allows him to point out that the component sentences in a conditional statement are not asserted, though they have the same content they do when asserted "If Socrates is in the kitchen, then Socrates is in the house" does not assert that Socrates is in the kitchen or that he is in the house, nor do the antecedent or the consequent, although the same form of words could be used outside the scope of the conditional to make such assertions.

# Abelard

Likewise, the distinction allows Abelard to define negation, and other propositional connectives, purely truth-functionally in terms of content, so that negation, for instance, is treated as follows: not- $p$  is false/true if and only if  $p$  is true/false.

# Propositions

- Een antwoord op de vraag "wat is een propositie precies?" is verre van duidelijk en unaniem (Frege, Russell).

# Propositions

- Een antwoord op de vraag "wat is een propositie precies?" is verre van duidelijk en unaniem (Frege, Russell).
- Wij gebruiken dus de twee grondbeginselen: bepaaldheid en compositionaliteit.



# Propositions

- Een antwoord op de vraag "wat is een propositie precies?" is verre van duidelijk en unaniem (Frege, Russell).
- Wij gebruiken dus de twee grondbeginselen: bepaaldheid en compositionaliteit.
- Gegeven deze gronsbeginselen kunnen we het gedrag van de connectieven onderzoeken.

# Waarheidstafels

- De connectieven  $\wedge$ ,  $\vee$  en  $\neg$  zijn onproblematisch.

# Waarheidstafels

- De connectieven  $\wedge$ ,  $\vee$  en  $\neg$  zijn onproblematisch. (We bestuderen de connectieven ontdaan van alle talige connotaties.)

# Waarheidstafels

- De connectieven  $\wedge$ ,  $\vee$  en  $\neg$  zijn onproblematisch. (We bestuderen de connectieven ontdaan van alle talige connotaties.)
- Implicatie kan zeer contra-intuïtieve situaties opleveren

# Materiële implicatie

- De implicatie legt twee van de vier mogelijkheden ondubbelzinnig vast.

# Materiële implicatie

- De implicatie legt twee van de vier mogelijkheden ondubbelzinnig vast.
- Bestudering van de mogelijke invulling van de andere waarden laat zien dat er maar één zinvolle betekenis toe te kennen valt.

# Materiële implicatie

- De implicatie legt twee van de vier mogelijkheden ondubbelzinnig vast.
- Bestudering van de mogelijke invulling van de andere waarden laat zien dat er maar één zinvolle betekenis toe te kennen valt.  
Maar, we maken hier wel degelijk een keuze!

# Meer materiële implicatie

- Als ik een groene huidskleur heb, dan heet jij Hannah



# Meer materiële implicatie

- Als ik een groene huidskleur heb, dan heet jij HannaH
- Als ik Joost heet, dan heet jij HannaH

# Meer materiële implicatie

- Als ik een groene huidskleur heb, dan heet jij HannaH
- Als ik Joost heet, dan heet jij HannaH
- We moeten er erg aan wennen dat we aan een implicatieve (conditionele) uitspraak een waarheidswaarde toekennen als het antecedent en de consequent niets met elkaar te maken hebben.

# Nog meer materiële implicatie

- Wij zijn we bereid om ons te committeren aan  
Als HannaH ouder dan 25 is, dan is zij ouder dan 15.

# Nog meer materiële implicatie

- Wij zijn we bereid om ons te committeren aan  
Als HannaH ouder dan 25 is, dan is zij ouder dan 15.

Door verschillende leeftijden te beschouwen, genereren wij de waarheidstafel.

# Nog meer materiële implicatie

- Wij zijn we bereid om ons te committeren aan  
Als HannaH ouder dan 25 is, dan is zij ouder dan 15.

Door verschillende leeftijden te beschouwen, genereren wij de waarheidstafel.

- Je kunt ook denken aan een belofte:  
Als je een 7-minuten testje krijgt, dan is het op dinsdag.

# Nog meer materiële implicatie

- Wij zijn we bereid om ons te committeren aan  
Als HannaH ouder dan 25 is, dan is zij ouder dan 15.

Door verschillende leeftijden te beschouwen, genereren wij de waarheidstafel.

- Je kunt ook denken aan een belofte:  
Als je een 7-minuten testje krijgt, dan is het op dinsdag.
- Waarom heet het materiële implicatie?

# Nog meer materiële implicatie

- Wij zijn we bereid om ons te committeren aan  
Als HannaH ouder dan 25 is, dan is zij ouder dan 15.

Door verschillende leeftijden te beschouwen, genereren wij de waarheidstafel.

- Je kunt ook denken aan een belofte:  
Als je een 7-minuten testje krijgt, dan is het op dinsdag.

- Waarom heet het materiële implicatie? Denk bv aan treinen en wissels en materiële schade.

# Logische constanten

- Falsum, absurditeit, nooit waar:  $\perp$ .



# Logische constanten

- Falsum, absurditeit, nooit waar:  $\perp$ .
- Verum, trivialiteit, altijd waar:  $\top$ .

# Afkortingen

- We zien dat  $\neg p$  dezelfde waarheidstabel heeft als  $p \rightarrow \top$ .

# Afkortingen

- We zien dat  $\neg p$  dezelfde waarheidstabel heeft als  $p \rightarrow \top$ . We gebruiken nu  $\neg p$  als afkorting van  $p \rightarrow \top$ .

# Afkortingen

- We zien dat  $\neg p$  dezelfde waarheidstabel heeft als  $p \rightarrow \top$ . We gebruiken nu  $\neg p$  als afkorting van  $p \rightarrow \top$ .
- We definiëren  $p \leftrightarrow q$  als  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ .

# Tautologie

- $\psi$  is een tautologie als  $\psi$  altijd waar is, dwz, in de waarheidstafel staan alleen maar énen.

# Tautologie

- $\psi$  is een tautologie als  $\psi$  altijd waar is, dwz, in de waarheidstafel staan alleen maar énen. We schrijven:  $\models \psi$ .
- Het is 'eenvoudig' te beslissen of een formule een tautologie is of niet.

# Tautologie

- $\psi$  is een tautologie als  $\psi$  altijd waar is, dwz, in de waarheidstafel staan alleen maar énen. We schrijven:  $\models \psi$ .
- Het is 'eenvoudig' te beslissen of een formule een tautologie is of niet.
- Voorbeeld:  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q)$

# Tautologie

- $\psi$  is een tautologie als  $\psi$  altijd waar is, dwz, in de waarheidstafel staan alleen maar énen. We schrijven:  $\models \psi$ .
- Het is 'eenvoudig' te beslissen of een formule een tautologie is of niet.
- Voorbeeld:  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q)$
- (F. Veltman)
  - Als je koffie hebt, dan lust ik die wel
  - impliceert
  - Als je koffie hebt, en er zit stookolie in, dan lust ik die wel



# Tautologie

- $\psi$  is een tautologie als  $\psi$  altijd waar is, dwz, in de waarheidstafel staan alleen maar énen. We schrijven:  $\models \psi$ .
- Het is ‘eenvoudig’ te beslissen of een formule een tautologie is of niet.
- Voorbeeld:  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q)$
- (F. Veltman)
  - Als je koffie hebt, dan lust ik die wel
  - impliceert
  - Als je koffie hebt, en er zit stookolie in, dan lust ik die wel
- Tijd voor koffie