Valuaties

Het bleek dat er nog enige onduidelijkheid was over hoe we valuaties konden uitbreiden zo dat ze ook voor formules zijn gedefinieerd. Daarom deze korte handout. Deze handout is een korte toelichting op Definition 1.2.1 uit *Logic and Structure*.

In deze definitie van valuaties beschrijven we iets wat we al wisten en wat we al goed konden, namelijk, het berekenen van een waarheidstabel. Bijvoorbeeld, hoe berekenen we de valuatie (waarheidswaarde) van $\varphi \wedge \psi$, als we valuaties (waarheidswaarden) van φ en ψ al kennen. Wel, dit doen we als volgt.

- Als $v(\varphi) = 1$ (φ is waar) en $v(\psi) = 1$ (ψ is waar) dan is $v(\varphi \wedge \psi) = 1$ ($\varphi \wedge \psi$ is waar)
- Als $v(\varphi) = 1$ (φ is waar) en $v(\psi) = 0$ (ψ is onwaar) dan is $v(\varphi \wedge \psi) = 0$ ($\varphi \wedge \psi$ is onwaar)
- Als $v(\varphi) = 0$ (φ is onwaar) en $v(\psi) = 1$ (ψ is waar) dan is $v(\varphi \wedge \psi) = 0$ ($\varphi \wedge \psi$ is onwaar)
- Als $v(\varphi) = 0$ (φ is onwaar) en $v(\psi) = 0$ (ψ is onwaar) dan is $v(\varphi \wedge \psi) = 0$ ($\varphi \wedge \psi$ is onwaar)

We willen deze omschrijving nu kort samenvatten. En het blijkt dat we dat kunnen doen door bijvoorbeeld te zeggen $v(\varphi \wedge \psi) = \min\{v(\varphi), v(\psi)\}$. Hierbij is min de *minimum* functie. Deze functie zegt wat het kleinste natuurlijke getal is van een eindige verzameling natuurlijke getallen. Bijvoorbeeld, $\min\{8, 2, 117\} = 2$.

We kunnen de omschrijving ook op een andere manier samenvatten. Bijvoorbeeld: $v(\varphi \wedge \psi) = v(\varphi) \cdot v(\psi)$. Controleer maar eens dat dit "toevallig" een goede manier is om onze omschrijving samen te vatten.

Voor de andere connectieven zijn er andere beschrijvingen. Deze zijn wellicht iets minder doorzichtig, maar altijd geldt, dat het gewoon een manier is om op te schrijven hoe we onze waarheidstafels berekenen.